

# 극 부호의 CA-SCL 복호에서 천공 및 쇼트닝 기법에 따른 CRC 종류의 영향 분석

김강산, 송홍엽

연세대학교

{gs.kim, hysong}@yonsei.ac.kr

## Analysis of the influence of CRC types according to the puncturing and shortening method in CA-SCL decoding of polar codes.

Gangsan Kim, Hong-Yeop Song

Yonsei Univ.

### 요약

본 논문은 극 부호에서 천공(C0 모드) 및 쇼트닝(C1 모드)에 따라 CRC의 종류가 CA-SCL 복호 성능에 어떠한 영향을 주는지를 알아보는 실험을 진행한다. 모 부호의 길이 1024에서 천공이나 쇼트닝을 진행하여 천공된 극 부호 [600, 300]을 만든 것으로 간주하여 실험할 부호 파라미터를 설정한다. 부호 길이가 줄어들 때 따라 C0 모드에서는 CRC 종류의 영향이 약해지고 C1 모드에서는 CRC 종류의 영향이 강해지는 것을 확인하였다.

### I. 서 론

극 부호는 Arikan이 제안한 저 복잡도의 부호화 및 복호화 기법을 갖으며 채널 용량을 달성하는 최초의 부호이다[1]. 제안 당시 특유의 점화 구조로 인해 부호 길이가  $2^n$ 의 형태로 제한되었으며, 동일한 논문에서 소개된 SC(Successive Cancellation) 복호는 LDPC 부호 및 터보 부호에 비해 성능이 우수하지 않았다. 그러나 이후에는 천공(Puncturing) 및 쇼트닝(Shortening) 기법이 개발되어 부호 길이를 자유롭게 조절할 수 있게 되었고, CA-SCL(CRC-Aided Successive Cancellation List) 복호 기법이 제안되어 짧은 부호 길이에서 LDPC 및 터보 부호를 능가하는 성능을 보여 5G NR 컨트롤 채널에서의 표준 부호로 채택되었다[2, 12].

극 부호의 천공 및 쇼트닝 기법은 전통적인 선형 부호의 천공 및 쇼트닝 기법[5]과 구별되는 특징을 갖고 있다. 전통적인 선형 부호의 천공 및 쇼트닝 기법은 기존의 완성된 부호에서 미송신 비트를 결정하거나 일부 메시지 비트의 할당을 줄이는 방법이다. 반면 극 부호의 천공 및 쇼트닝 기법은 프로즌 비트(Frozen bit)와 미송신 비트를 함께 선정하여 길이 및 부호율을 조절하는 방식으로 조금 더 복합적인 개념이다. 따라서 Shin에 의해 처음으로 극 부호의 길이를 조절하는 방식이 제안되었을 당시 천공 및 쇼트닝 기법이라는 용어 대신 길이 호환 가능 극 부호(Length-compatible polar code)라는 이름으로 제안되었다[9]. 이후 부호 길이 조절 방식을 크게 두 가지 방식으로 나누어 Arikan의 논문[1]에 제시된 개념인 '분할된 채널(Splitted channel)'에서 채널 용량이 0에 가까운 비트를 천공하는 방식인 C0 모드(C0 mode), 채널 용량이 1에 가까운 비트를 천공하는 방식인 C1 모드(C1 mode)로 구분하게 되었다[8, 13]. 실제로 C0 모드와 C1 모드는 프로즌 비트를 적절히 선정하여 완성한 부호로부터 미송신 비트를 결정하거나 일부 메시지 비트의 할당을 줄이는 전통적인 선형 부호의 천공과 쇼트닝 기법의 형태로도 제안되었다[3]. 이 원리에 따라 여러 논문에서는 C0 모드와 C1 모드를 각각 천공과 쇼트닝 기법으로 경우로 구분하고 있으며 실제로 3GPP 표준 문서에서도 천공과 쇼트닝이라는 용어로 사용하고 있다[2, 3, 7, 12]. 그러나 이 중 여러 기법이 [3, 7,

12] 전통적인 선형 부호의 천공 및 쇼트닝 기법과는 다르다.

극 부호는 처음 제안되었을 때 SC 복호와 함께 제안되었으며 복호 성능은 그다지 우수하지 못했다. 이후 SCL( Successive Cancellation List) 복호로 성능을 개선했으며 CRC를 외부 부호 (Outer code)로 결합시킨 CA-SCL 복호로 우수한 성능을 보였다[10]. Trifonov와 Miloslavskaya는 부호 길이  $2^n$ 의 극 부호에 CRC를 외부 부호로 결합시키면 부호의 최소 거리(Minimum distance)가 증가되는 것을 증명 하였고[11], 이 사실이 CA-SCL 복호의 우수한 성능의 원인이라는 분석이 언급되었다[2]. 그러나 부호 길이  $2^n$ 의 극 부호에 비해 천공 및 쇼트닝 기법이 적용된 극 부호에서 CRC의 영향에 대한 연구는 아직 미진하다.

본 논문에서는 극 부호에서 천공 및 쇼트닝 기법에 따라 CRC의 종류가 CA-SCL 복호 성능에 어떠한 영향을 주는지 연구한다.

### II. 본론

본 논문에서는 천공된 극 부호 [600, 300] 기준으로 천공 및 쇼트닝 기법에 따라 CRC의 종류가 CA-SCL 복호 성능에 어떠한 영향을 주는지 알아보는 실험을 진행한다. 길이 1024인 모 부호 (Mother code)로부터 천공된 극 부호 [600, 300]을 만드는 것을 생각하자. 전통적인 선형 부호의 천공을 이용해서 부호 파라미터 [600, 300]을 생성하려면 부호 파라미터 [1024, 300]에서 424 비트 천공해야 한다. 전통적인 선형 부호의 쇼트닝을 이용해서 부호 파라미터 [600, 300]을 생성하려면 부호 파라미터 [1024, 724]에서 424 비트 쇼트닝을 해야 한다. 따라서 본 논문에서는 전통적인 선형 부호의 천공 및 쇼트닝을 고려하면서 중간 파라미터까지 포함해 부호 파라미터 [1024, 300], [800, 300], [1024, 724], [800, 500], [600, 300]에서 실험하였고 여기서 부호율이 유지되면서 부호길이가 줄어드는 경우도 추가로 고려하여 부호 파라미터 [1024, 512], [800, 400]도 추가적으로 실험하였다. 각 부호 파라미터는 C0 모드 및 C1 모드 각각에서 실험하였고 CRC는  $x + 1$ ,  $x^2 + x + 1$ ,  $x^5 + x^3 + 1$ ,  $x^6 + x^5 + 1$ ,  $x^{11} + x^{10} + x^9 + x^5 + 1$ ,  $x^{16} + x^{15} + x^{12} + 1$ 을 사용하여 실험

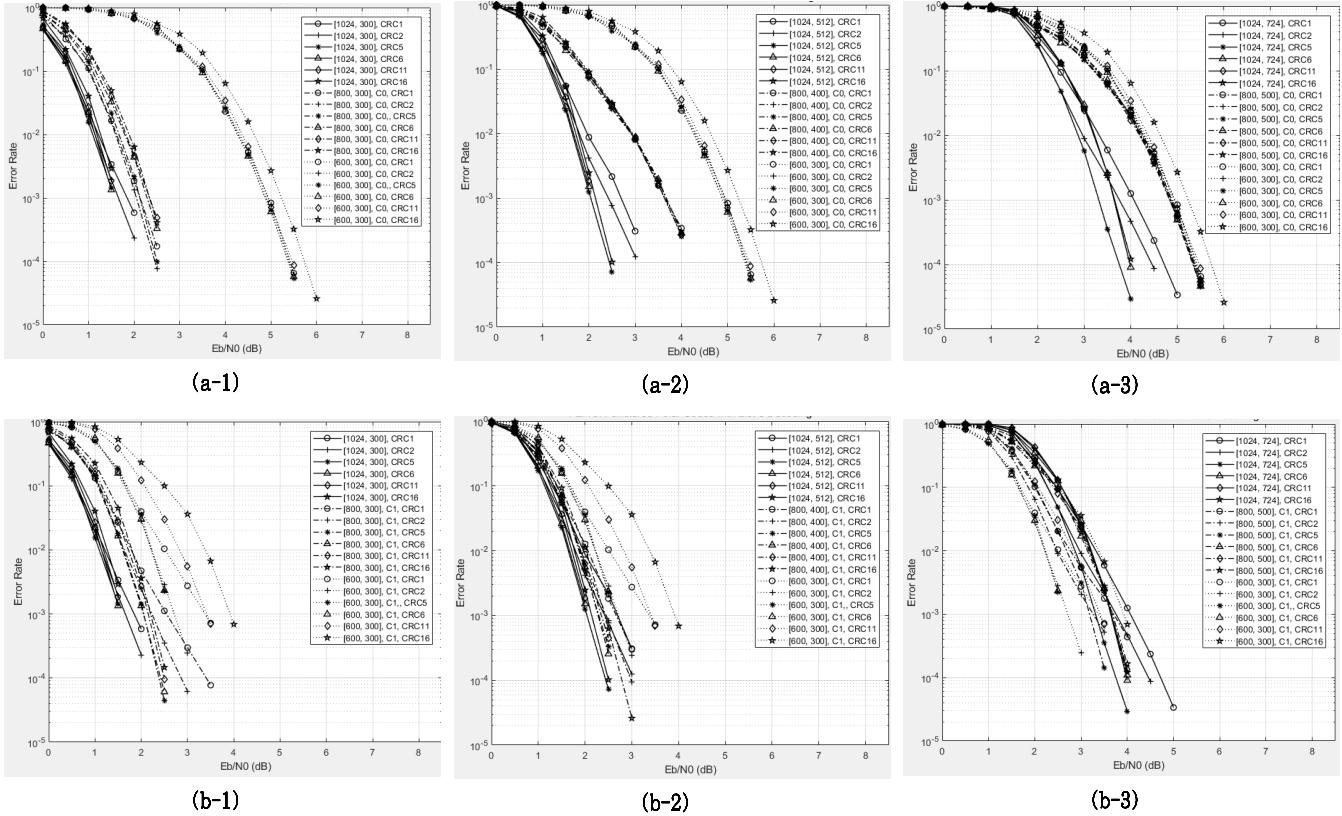


그림 1. 천공(C0 모드) 및 쇼트닝(C1 모드) 기법에 따른 CRC 종류가 CA-SCL 복호에 미치는 영향 분석

(a-1), (b-1): 각각 C0, C1 모드에서 극 부호 [1024, 300]과 천공 길이 224([800, 300]), 424([600, 300]) 및 다양한 CRC에서 FER 성능

(a-2), (b-2): 각각 C0, C1 모드에서 극 부호 [1024, 512], 극 부호[800, 400], 극 부호(600, 300) 및 다양한 CRC에서 FER 성능

(a-3), (b-3): 각각 C0, C1 모드에서 극 부호 [1024, 724]와 쇼트닝 길이 224([800, 500]), 424([600, 300]) 및 다양한 CRC에서 FER 성능

을 진행하였다. 그림 1의 (a-1)에서 보면 길이 16인 CRC를 사용한 경우를 제외하고 C0 모드에서 천공 길이가 길어질수록 CRC 종류에 따른 성능 차이가 줄어듦을 확인할 수 있다. (a-2)와 (a-3)를 보면 부호율을 유지하거나 쇼트닝을 적용하면서 부호 길이를 줄인다면 부호 길이가 800일 때 이미 CRC 종류에 따른 성능 차이가 거의 나지 않음을 확인할 수 있다. (b-1), (b-2), (b-3)를 보면 C1 모드에서는 천공을 적용하는 부호율을 유지하는 쇼트닝을 적용하는 부호 길이가 줄어듦에 따라 성능이 CRC에 민감해짐을 확인할 수 있다. 전반적으로 천공 및 쇼트닝이 진행됨에 따라 C0 모드에서는 성능이 CRC에 둔감해지고 C1 모드에서는 성능이 CRC에 민감해지는 것을 확인할 수 있다. 추가적으로 (b-3)에서 C1 모드의 쇼트닝은 성능 이득을 가질 수 있다는 것을 확인할 수 있다. 참고로 부호에 쇼트닝을 진행하면 쇼트닝된 RS부호[4]와 같이 성능이 열화될 수도 있고 [6]에서 쇼트닝 된 QC-LDPC와 같이 성능이 향상 될 수도 있다.

### III. 결론

본 논문에서는 극 부호에서 천공(C0 모드) 및 쇼트닝(C1 모드)에 따라 CRC의 종류가 CA-SCL 복호 성능에 어떠한 영향을 주는지 살펴보았다. 부호 길이가 줄어듦에 따라 C0 모드에서는 성능에 대한 CRC의 영향이 둔감해지고 C1 모드에서는 성능에 대한 CRC의 영향이 민감해진다. 추후에 각 모드에서 CRC에 따른 최소거리 변화를 밝혀내는 연구를 진행할 것이다.

### ACKNOWLEDGMENT

이 (성과)는 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No.RS-2023-00209000).

### 참 고 문 헌

- [1] E. Arikan, "Channel polarization: A method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 55, no. 7, pp. 3051–3073, 2009.
- [2] V. Bioglio, C. Condo, and I. Land, "Design of polar codes in 5G new radio," *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 23, no. 1, pp. 29–40, 2020.
- [3] V. Bioglio, F. Gabry, and I. Land, "Low-complexity puncturing and shortening of polar codes," *In proc. 2017 IEEE Wireless Communications and Networking Conference Workshops (WCNCW)*, pp. 1–6, 2017.
- [4] L. J. Deutsch, "The effects of Reed-Solomon code shortening on the performance of coded telemetry systems," *The Telecommun and Data Acquisition Rept*, 1983.
- [5] W. C. Huffman and V. Pless, *Fundamentals of error-correcting codes*. Cambridge university press, 2010.
- [6] X. Liu, X. Wu, and C. Zhao, "Shortening for irregular QC-LDPC codes," *IEEE Communications Letters*, vol. 13, no. 8, pp. 612–614, 2009.
- [7] V. Miloslavskaya, "Shortened polar codes," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 61, no. 9, pp. 4852–4865, 2015.
- [8] K. Niu, J. Dai, K. Chen, J. Lin, Q. T. Zhang, and A. V. Vasilakos, "Rate-compatible punctured polar codes: Optimal construction based on polar spectra," *arXiv preprint arXiv:1612.01352*, 2016.
- [9] D. M. Shin, S. C. Lim, and K. Yang, "Design of length-compatible polar codes based on the reduction of polarizing matrices," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 61, no. 7, pp. 2593–2599, 2013.
- [10] I. Tal and A. Vardy, "List decoding of polar codes," *IEEE Transactions on information theory*, vol. 61, no. 5, pp. 2213–2226, 2015.
- [11] P. Trifonov, and V. Miloslavskaya, "Polar subcodes," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 34, no. 2, pp. 254–266, 2015.
- [12] 3GPP, "Technical Specification Group Radio Access Network: NR; Multiplexing and channel coding," 3GPP, TS 38.212 V16.9.0, 2022.
- [13] 김종환, 최연준, 김상현, 박호성, "길이 호환적 극 부호를 위한 부호화 수열 기반 천공 기법," 한국통신학회논문지, 제 42권 11호, pp. 2093–2096, 2017.