

천공된 극 부호에서 CRC 종류에 따른 CA-SCL 복호 성능

김태기, 김강산, 송홍엽

연세대학교

{tg0098, gs.kim, hysong}@yonsei.ac.kr

CA-SCL Decoding Performance over Punctured Polar Codes According to CRC Types

Taegi Kim, Gangsan Kim, Hong-Yeop Song

Yonsei Univ.

요약

본 논문은 C1 천공법으로 만들어진 [600, 300] 극부호에서 CA-SCL 복호법에서 CRC에 따른 복호 성능 변화를 분석하였다. 1비트부터 5비트까지 모든 CRC의 성능을 확인한 결과, 5비트 CRC에서 가장 좋은 결과를 얻었다. 추가적인 분석 결과 우수한 성능을 가진 들은 대부분 생성다항식이 기약인 것으로 드러났다.

I. 서론

극 부호는 Arikan에 의해 제안된 부호화 기법으로, 샤논 임계용량에 도달할 수 있는 것이 수학적으로 증명된 최초의 부호화 기법이다. 복호 기법 으로서는 연속 제거 (Successive Cancellation, SC)기반의 방식을 고려하고 있으며 그중 CA-SCL(CRC-Aided Successive Cancellation List) 기법의 성능이 우수하여 현재 5G NR에서 고려되고 있다[2, 3].

극 부호는 점화적 특성상 부호 길이 2^N 을 갖는다. 실용적 사용을 위해서 그 길이를 변경해야 할 수도 있는데, 이는 천공 기법을 통해 달성 가능하다.[4] 천공 과정에서 출력 비트 중 일부가 결과에서 제거되며, 이 때 입력 비트의 복호를 포기하고 낮은 용량의 채널을 제거하는 것을 C0 천공, 입력 비트에 추가적인 프로즌 비트를 넣어 리던던시를 늘리는 대신 높은 용량의 채널을 제거하는 것을 C1 천공이라고 한다[5].

본 논문에서는 C1 천공된 극 부호에 대한 CA-SCL 복호에서 최적의 CRC를 도출하는 실험을 진행하고자 한다.

II. 본론

1. [600, 300] 극 부호에서 CRC 결과

본 논문에서는 [1024, 512] 극 부호에서 424개 비트를 C1 천공시킨 [600, 300] 극 부호를 다룬다. 이 극 부호에 대해서 CA-SCL 복호를 수행할 때 1비트~5비트 CRC로 보조했을 경우의 SNR-FER 성능을 측정하였다.

n 비트 CRC는 n 비트만큼 시프트된 원본 코드를 다항식으로 취급해, $n+1$ 비트의 생성다항식으로 나누는 과정을 거친다[6]. 이 때 생성다항식은 간단하게 이진수의 형태로 표현할 수 있으며, $x^3 + x^2 + 1$ 의 다항식은 1101로 표현된다. 본 논문에서는 CRC를 사용하는 생성다항식의 이진수 형태에 따라 표기했으며 CRC1101은 $x^3 + x^2 + 1$ 을 생성다항식으로 사용하는 3비트 CRC이다.

그림 1에서 상대적으로 저조한 성능을 가지는 CRC11, CRC 101, CRC1111과 좋은 성능을 보이는 CRC111, CRC1001, CRC1011이 뚜렷히 구분되는 것을 확인할 수 있다. 그림 2에서는 4비트 CRC들의 그래프를 확인할 수 있는데, 양극화된 성능을 보인 그림 1의 1비트~3비트 CRC들과

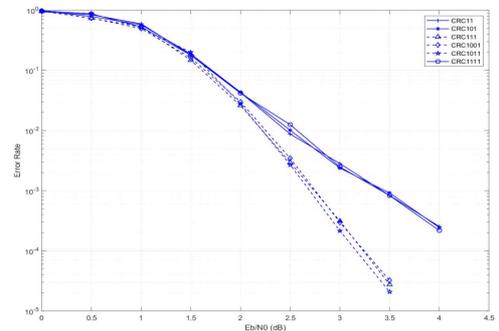


그림 1. 1비트~3비트 CRC의 SNR-FER 그래프

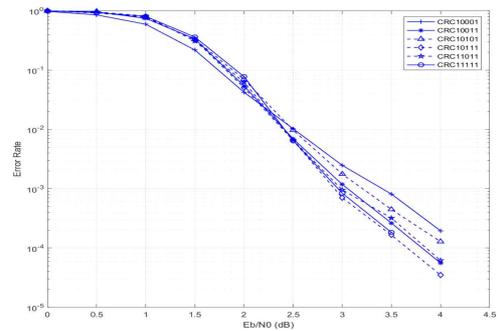


그림 2. 4비트 CRC의 SNR-FER 그래프

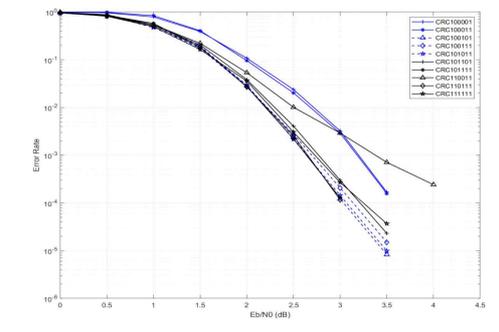


그림 3. 5비트 CRC의 SNR-FER 그래프

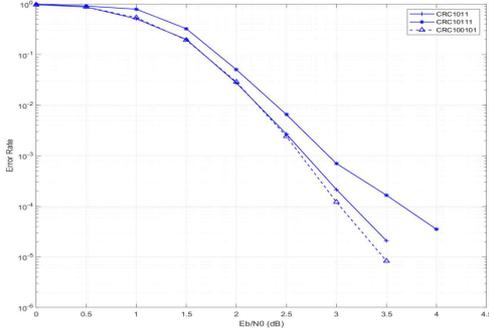


그림 4. 3비트, 4비트, 5비트 CRC의 최고 성능 비교

달리 성능이 골고루 분포된 것을 확인할 수 있다. 가장 좋은 성능을 가지는 것은 CRC10111이나, 그림 1의 우수한 CRC들에 미치지 못한다. 가장 나쁜 성능은 CRC10001으로, 그림 2의 저조한 CRC들과 유사한 성능을 보인다. 그림 3에서 10개의 5비트 CRC 중 과반수 이상이 비슷한 궤적을 그리며, 이는 그림 1의 1비트~3비트 CRC 중 우수한 분류의 성능과 유사하다. 이 패턴에서 벗어나는 저조한 성능의 CRC는 CRC100001과 CRC100011, 그리고 CRC110011이 있다.

그림 1, 2, 3을 토대로 유사한 성능을 가지는 CRC들을 10^{-3} FER 달성에 필요한 SNR을 기준으로 다섯 그룹으로 분류했다.

첫 번째 그룹은 10^{-3} FER을 달성하기 위해 2.65dB E_b/N_0 이 필요한 CRC로, 가장 우수한 성능의 그룹이며 CRC100101, CRC101011, CRC101111, 110111이 여기에 속한다. 이 분류의 CRC들은 모든 E_b/N_0 에서 대부분의 CRC를 상대로 FER 우위를 가진다.

두 번째 그룹은 10^{-3} FER을 달성하기 위해 2.7~2.8dB E_b/N_0 가 필요한 그룹으로, CRC111, CRC1001, CRC1011, CRC100111, CRC101101, CRC111111이다.

세 번째 그룹은 10^{-3} FER을 달성하기 위해 2.9~3.2 dB E_b/N_0 가 필요한 그룹으로, CRC10011, CRC10101, CRC10111, CRC11011, CRC11111의 그룹이다. 낮은 SNR에서 상대적으로 높은 오류율을 가지지만 E_b/N_0 가 높아질수록 빠르게 오류율이 낮아져 2.5 dB E_b/N_0 부터는 네 번째 그룹보다 성능이 우수해진다. 다른 그룹에 비해서 구성원 간의 편차가 크다.

네 번째 그룹은 10^{-3} FER을 달성하기 위해 약 3.4dB E_b/N_0 가 필요한 그룹으로, CRC11, CRC101, CRC1111, CRC10001이다. 낮은 SNR에서는 3번째와 5번째 그룹보다 약간 우수한 성능을 가지나 SNR 상승에 따른 오류율 저하가 저조, E_b/N_0 3.0dB 이상에서는 가장 저조한 성능을 가진 그룹이 된다.

다섯 번째 그룹은 CRC100001과 CRC100011으로, 다른 그래프와 구별되는 특이한 커브를 그린다. 낮은 SNR에서는 가장 높은 오류율을 보이나 SNR이 증가할수록 오류율 기울기가 증가, E_b/N_0 3.5dB에서는 세 번째 그룹과 네 번째 그룹보다 우수한 성능을 보인다.

실용적 이용을 위해서는 낮은 오류율을 달성하기 위한 목표 SNR이 중요하다. 이를 고려해 보면, 1번째 그룹과 2번째 그룹의 성능이 가장 우수하다고 판단된다.

다음으로 3비트, 4비트, 5비트 길이의 CRC 각각에서 최고 성능을 가지는 CRC 기법들을 그림 4와 같이 비교해 보았다. 3비트, 4비트, 5비트에서 가장 우수한 생성다항식은 각각 1011, 10111, 100101이다. 이 중 5비트의 CRC100101이 가장 좋은 성능보이며, 4비트의 CRC 10111이 가장 뒤떨어

진다.

2. CRC의 기약성과 복호화 성능 간 관계

CRC의 생성다항식이 다른 다항식들로 인수분해 되지 않는 경우 이를 기약이라고 한다. 각 CRC의 SNR-FER 그래프가 $1E-03$ SNR을 달성하기 위하여 필요한 SNR과 그룹을 표 1로 정리해 보았다.

기약성을 가진 다항식을 생성다항식으로 사용하는 CRC는 같은 길이의 다른 수열보다 우월한 성능을 가지는 것이 확인되었다. 가장 좋은 성능을 가지는 1번 그룹의 CRC 4개 중 3개의 생성다항식은 기약이며, 이는 길이 5인 CRC의 기약 다항식 전부에 해당한다.

표 1. CRC의 기약성과 성능 사이의 관계

CRC 길이	생성다항식	기약성	그룹	목표 E_b/N_0 (dB)
1	11	X	4	3.4
2	101	X	4	3.45
2	111	O	2	2.85
3	1001	X	2	2.85
3	1011	O	2	2.7
3	1111	X	4	3.4
4	10001	X	4	3.4
4	10011	O	3	3.05
4	10101	X	3	3.2
4	10111	X	3	2.9
4	11011	X	3	3.0
4	11111	X	3	2.95
5	100001	X	5	3.2
5	100011	X	5	3.2
5	100101	O	1	2.65
5	100111	X	2	2.7
5	101011	X	1	2.65
5	101101	X	2	2.87
5	101111	O	1	2.65
5	110011	X	5	3.37
5	110111	O	1	2.65
5	111111	X	2	2.72

III. 결론

본 논문에서는 C1 기법으로 천공한 [600, 300] 극 부호의 CA-SCL List 복호 과정의 CRC에 따른 FER 성능을 분석하였다. 길이 5인 CRC에서 기약성을 가진 생성다항식을 사용하는 수열이 가장 뛰어난 성능을 보였다.

ACKNOWLEDGMENT

이 (성과)는 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No.RS-2023-00209000).

참고 문헌

- [1] Arikan E. "Channel polarization: A method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels," *IEEE Trans on InfTheory*, 55(7), pp. 3051~3073, 2009.
- [2] V. Bioglio, C. Condo, and I. Land, "Design of polar codes in 5G new radio," *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 23, no. 1, pp. 29-40, 2020.
- [3] 3GPP, "Technical Specification Group Radio Access Network; NR; Multiplexing and channel coding," *3GPP, TS 38.212 V16.9.0*, 2022.
- [4] V. Bioglio, F. Gabry, and I. Land, "Low-complexity puncturing and shortening of polar codes," In proc. 2017 IEEE Wireless Communications and Networking Conference Workshops (WCNCW), pp. 1-6, 2017.
- [5] K. Niu, J. Dai, K. Chen, J. Lin, Q. T. Zhang, and A. V. Vasilakos, "Rate-compatible punctured polar codes: Optimal construction based on polar spectra," arXiv preprint arXiv:1612.01352, 2016.
- [6] W. W. Peterson and D. T. Brown, "Cyclic Codes for Error Detection," in *Proceedings of the IRE*, vol. 49, no. 1, pp. 228-235, Jan. 1961, doi: 10.1109/JRPROC.1961.287814.