

# 중심성 분석을 활용한 지연입력이 존재하는 배터리 시스템의 동기화 연구

이찬우, 이용권, 김영재, 권오민\*  
충북대학교

semisu222@naver.com, \*madwind@cbnu.ac.kr

## A synchronization of battery system with input delay via centrality analysis

Lee ChanWoo, Lee YongGwon, Kim YeongJae, Kwon OhMin \*  
Chungbuk National Univ.

### 요약

본 논문은 전기적으로 연결되어 있는 배터리 시스템의 제어기 설계방법에 대한 내용을 다루고 있다. 최대 상한 지연 입력에 대한 정보와 제어이득을 얻기 위하여 Lyapunov 해석 기법과 중심성 분석 방법 그리고 몇 가지 수학적 보조정리를 활용하였다. 이후, 배터리 시스템의 동기화를 위한 조건과 수치 예제를 통하여 설계된 제어기의 성능을 확인하였다.

### I. 서론

배터리는 셀이라는 단위가 존재하며, 배터리 내부에서 셀들은 직 병렬로 연결된다. 배터리의 셀 사이에는 불균형이 발생할 수 있는데, 불균형은 제조 공정시의 불균형과 온도 변화, 사용 패턴의 차이와 같은 이유로 발생한다. 셀 불균형은 배터리 용량의 저하, 배터리의 수명 감소, 과충전 및 과방전에 의한 화재를 유발할 수 있다. 따라서 배터리를 효율적이고, 안전하게 사용하기 위해서는 배터리의 셀 사이의 밸런싱을 통해서 충전용량과 전압을 동기화 시키는 것이 중요하다. 대표적인 동기화 방식으로는 셀마다 저항을 병렬로 삽입하여 불평형 용량을 소비시키는 수동 셀 밸런싱 방법과 스위칭 소자와 디지털 제어회로를 통해 불평형 용량을 공유하는 능동 셀 밸런싱 방법이 있다.[1] 하지만 셀 밸런싱을 위해 동시에 많은 셀의 전압을 측정하고 조절하는 동안 전기적 물성과 통신과정에서 발생하는 지연 현상은 배터리 시스템의 동기화 과정에 안정성을 저해하는 셀마다 저항을 병렬로 삽입 현상을 고려한 제어기 설계는 필수적이다.

따라서 본 논문에서는 배터리 시스템에서 셀 밸런싱의 입력에 지연 현상이 존재하는 제약조건을 고려하기 위해서 Lyapunov 함수법(LKFs)를 활용하여 배터리 시스템의 제어기 설계 연구를 진행하였다. 설계된 제어기가 보장할 수 있는 최대 지연 값을 얻기 위한 LKFs를 설계하였고, 효율적인 동기화를 위해서 중심성 분석을 이용하여 네트워크 중심에 있는 셀을 파악하였으며, 수치 예제로 설계된 제어기의 성능을 검증하였다.

### II. 본론

배터리의 동적상태를 정의하기 위해 [2]에서 제안된 배터리의 등가회로를 이용한다. 그 결과는 그림 1과 같다.

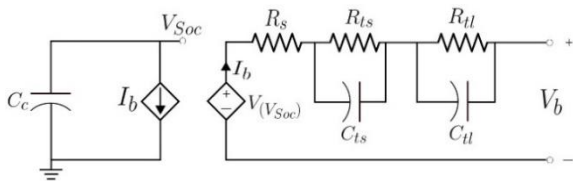


그림 1. 배터리 시스템의 등가 회로

등가 회로는 두개의 분리된 회로로 구성되며 잔류 배터리 용량을 의미하는 전압원  $V_{V(soc)}$ 와 전류 제어 전류원  $I_b$ , 그리고 그림 1의 왼쪽회로는  $C_c$ 를 통해 충전과 방전 과정 중에 저장된 전하량과 저장 용량을 모델링하는 회로이다. 오른쪽 회로는  $R_s$ 를 통해 내부저항과  $R_{ts}$ ,  $C_{ts}$ ,  $R_{tl}$ ,  $C_{tl}$ 을 통해 부하에 대한 과도응답

이 모델링 된 회로이다.

여러 개의 배터리가 연결되어 전류교환이 가능한 아래의 시간지연 시스템을 고려하자.

$$\begin{aligned} \dot{x}_0(t) &= Ax_0(t), y_0(t) = Cx_0(t), \\ \dot{x}_i(t) &= Ax_i(t) + \sum_{j=1}^N g_{ij} Dx_j(t) + Bu(t - h(t)), \\ y_i(t) &= Cx_i(t), \end{aligned}$$

$$x(t) = \begin{bmatrix} V_{oc} \\ V_{ts} \\ V_{tl} \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_{ts}C_{ts}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{R_{tl}C_{tl}} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_{cs}} \\ \frac{1}{C_{ts}} \\ \frac{1}{C_{tl}} \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

시스템 (1)의  $x(t)$ 는 state vector를 의미하며,  $x_i$ 는  $i$ 번째 배터리 셀의 상태벡터를,  $y_i$ 는 그에 따른 출력을 의미한다.

수식의 단순화를 위해서 오차 상태 시스템을 정리하면  $e(t) = x_0(t) - x_i(t)$ ,  $u_i(t) = K(y_0(t) - y_i(t)) = KC(x_0(t) - x_i(t))$

$$\dot{e}(t) = [(I_N \otimes A) + (G \otimes D)]e(t) - (I_N \otimes BKC)e(t - h(t))$$

를 얻을 수 있다.

여기서 배터리간 연결성에 중심성 분석 결과를 반영한 결과를 비교하기 위하여 시스템의 네트워크  $G$ 와,  $G_C$ 를 참고한다.

$$G = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$G_C = \begin{bmatrix} -1.00 & 0.31 & 0.38 & 0 & 0.31 \\ 0 & -1.00 & 0 & 0.54 & 0.46 \\ 0.64 & 0 & -1.00 & 0.36 & 0 \\ 0 & 0.45 & 0.55 & -1.00 & 0 \\ 0.60 & 0.40 & 0 & 0 & -1.00 \end{bmatrix}$$

주요 결과를 소개하기 전에 보조정리와 행렬들을 다음과 같이 정의하여 요약한다.

**보조정리 1.** Wirtinger-based integral inequality [3]

**보조정리 2.** Reciprocally convex approach [4]

$$\zeta(t) = \text{col} \left\{ e(t), e(t - h(t)), e(t - \hat{h}_M), \dot{e}(t), \frac{1}{h(t)} \int_{t-h(t)}^t e(s) ds, \frac{1}{\hat{h}_M - h(t)} \int_{t-\hat{h}_M}^{t-h(t)} e(s) ds \right\},$$

$$e_i = [0_{n \times (i-1)n}, I_n, 0_{n \times (6-i)n}]^T (i = 1, 2, \dots, 6), e_0 = 0_{6n \times n},$$

$$\eta_{[h(t)]} = h(t)e_5 + (\hat{h}_M - h(t))e_6,$$

$$A_1 = [e_1 - e_2, e_1 + e_2 - 2e_5], A_2 = [e_2 - e_3, e_2 + e_3 - 2e_6],$$

$$A = [A_1, A_2], R_{aug} = \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & 3R \end{bmatrix}, \Omega = \begin{bmatrix} R_{aug} & S \\ S^T & R_{aug} \end{bmatrix}, X_{inv} = X_p^{-1}$$

$$\Xi_{1[h(t)]} = \text{Sym} \left\{ [e_1, \eta_{[h(t)]}] P [e_4, e_1 - e_3]^T \right\},$$

$$\Xi_{2[h(t)]} = [e_1, e_0] Q [e_1, e_0]^T - [e_3, e_1 - e_3] Q [e_3, e_1 - e_3]^T$$

$$+Sym\{[e_0, e_4]Q[\eta_{[h(t)]}, \dot{h}_M e_1 - \eta_{[h(t)]}]^T\}, \Xi_3 = \dot{h}_M^2 e_4 R e_4^T - \Lambda \Omega \Lambda^T,$$

$$\Xi_{ctrl} = [e_1 + e_2 + e_4][-(I_N \otimes X_{inv})e_4^T + (I_N \otimes A X_{inv} + G \otimes D X_{inv})e_1^T + (I_N \otimes B Y_2)e_2^T], \Xi_{tot[h(t)]} = \Xi_1[h(t)] + \Xi_2[h(t)] + \Xi_3 + \Xi_{ctrl}.$$

**정리 1.** 양의 스칼라  $h$  와 양 행렬 행렬  $P, G, Q$  가 주어지고, 대각 행렬  $X_p$ , 행렬  $S$  가 존재할 때, 다음의 조건 만족하면 시스템은 점근적으로 안정하다.

$$\Xi_{tot[0]} < 0, \Xi_{tot[h_M]} < 0, \Omega > 0. \quad (4)$$

**증명.** 다음과 같은 LKFs 를 선정한다.

$$V(t) = \begin{bmatrix} e(t) \\ \int_{t-h}^t e(s) ds \end{bmatrix}^T P \begin{bmatrix} e(t) \\ \int_{t-h}^t e(s) ds \end{bmatrix} + \int_{t-h}^t \int_s^t e(u) du \left[ G \begin{bmatrix} e(s) \\ \int_s^t e(u) du \end{bmatrix} \right] ds + h \int_{t-h}^t \int_s^t \dot{e}^T(u) Q e(u) du ds. \quad (5)$$

식 (5)에 대한 미분방정식을 정리하고 보조정리 1, 보조정리 2 을 이용하면 아래와 같은 식 (6)의 미분치에 대한 부등식을 얻을 수 있다.

$$\dot{V} \leq \zeta^T(t) \left( \Xi_{[h(t)]} + \Xi_{[h(t)]} + \Xi_3 \right) \zeta(t). \quad (6)$$

그리고 설계된 동기화 제어기를 추가하면

$$\dot{V} \leq \zeta^T(t) \Xi_{tot[h(t)]} \zeta(t)$$

의 부등식을 유도할 수 있다.

Lyapunov 안정성 판별법에 따라서 식 (7)이 음의 값을 갖는다면, 시스템 (1)이 점근적 동기화 될 수 있는 조건을 만족할 수 있다.

$$\Xi_{tot[0]} < 0, \Xi_{tot[h_M]} < 0, \quad (7)$$

이때,  $\Xi_{tot[h(t)]}$  는 시간 지연  $h(t) \in [0, h]$  에 대하여 affinely dependent 를 만족한다. 이로써, 정리 1 에 대한 증명을 마친다. ■

### III. 수치 예제

그림 1 에서 제시한 등가회로를 통해 배터리 시스템 동기화를 시뮬레이션하기 위해서 설정한 파라미터 값들은 다음과 같다.

$$R_S = 3.6396 \times 10^{-4}, R_{ts} = 2.8325 \times 10^{-4}, R_{tl} = 41.962 \times 10^{-4}, C_{ts} = 216.47, C_{tl} = 56673.00, C_c = C_{tl}, C_{cs} = 3600 * C_c.$$

위의 파라미터 값들을 적용시켜서 구축한 시뮬레이션 환경이다. 그래프이론만을 적용했을 때의 네트워크  $G$  는 상단 시뮬레이션 환경이고, 중심성분석을 적용했을 때의 네트워크  $G_c$  는 하단 시뮬레이션 환경이다.

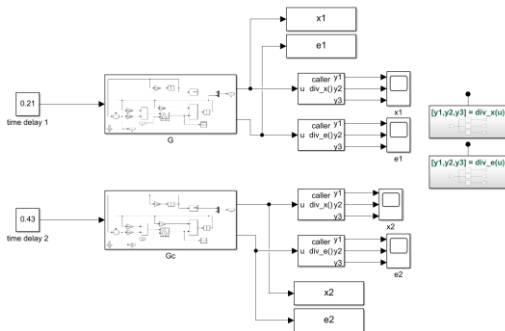


그림 2. 배터리 시스템 시뮬레이션 모듈

중심성분석을 사용하지 않고 그래프이론만을 적용한 네트워크  $G$  일 때, 보장할 수 있는 지연시간은 0.22s 이며, 이 때 제어이득은  $K = [1.52 \ 1.52 \ 1.42] \times 10^6$  이다. 이에 따른 결과는 그림 3 을 통해 확인할 수 있다. 중심성분석을 이용하여 진행한 연구결과인 네트워크  $G_c$  일 때, 보장할 수 있는 최대 지연은 0.43s 이며, 이 때 제어이득은

$K_c = [6.84 \ 6.84 \ 6.40] \times 10^5$  이다. 이에 따른 결과는 그림 4 를 통해 확인할 수 있다. 결과를 통해 배터리 간의 연결회로에 따라 중심성 분석을 진행한 연구결과와 기존의 동기화 결과를 비교하였을 때, 시간 지연 입력의 크기에 대해 더 강인한 결과를 확인할 수 있다.

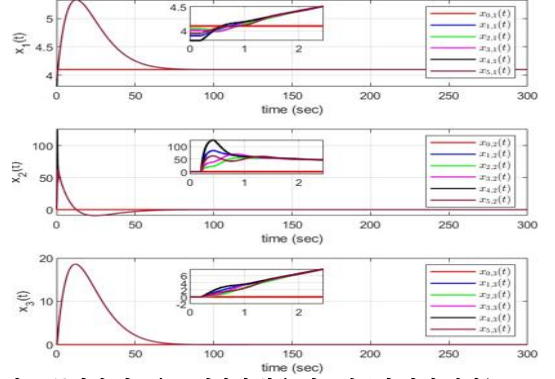


그림 3. 중심성 이론을 고려하지 않은 시스템들의 상태 궤적( $h=0.22s$ )

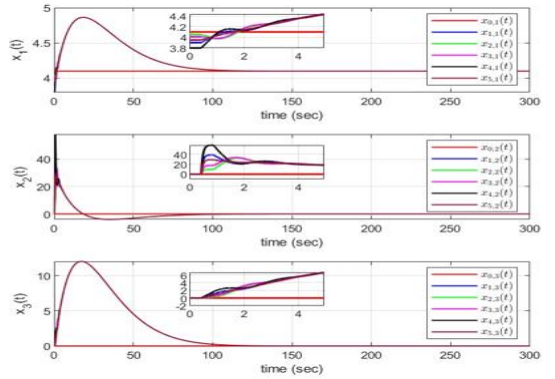


그림 4. 중심성 이론을 고려한 시스템들의 상태 궤적( $h=0.43s$ )

### IV. 결론

본 논문에서는 다중 배터리 시스템의 동기화시 지연된 입력에 대해 강인한 제어기 설계방법에 대한 연구를 진행하였다. 시간 지연과 같은 시스템의 안정성을 저해하는 제약 조건에 대해 안정적으로 시스템을 동기화하기 위해 LKFs 안정성 기법과, 네트워크의 중심성 분석 결과에 따라 부여된 가중치를 반영한 동기화 제어기 설계법을 제안하였다.

### ACKNOWLEDGMENT

이 논문은 2023 년도 교육부의 재원으로 한국연구 재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업 및 지자체-대학 협력기반 지역혁신 사업의 결과물임 (No.2020R1 A6A1A12047945, No.2021RIS-001).

### 참고 문헌

- [1] K. Liu, Z. Yang, X. Tang, W. Cao, "Automotive Battery Equalizer Based on Joint Switched-Capacitor and Buck-Boost Converters," IEEE Transactions On Vehicular Technology, vol. 69, no. 11, pp. 12716-12724, 2020.
- [2] R.G. Alarcon, M.A. Alarcon, A.H. Gonzalez, A. Ferramosca, "State-space modelling of a commercial lithium-ion battery," 2021 XIX Workshop on Commercial Processing and Control, 10.1109/RPIC53795.2021.9648 521, 2021.
- [3] A. Seuret and F. Gouaisbaut, "Wirtinger-based integral inequality: Application to time-delay systems," Automatica, vol. 49, pp. 2860-2866, 2013.
- [4] P. G. Park, J. W. Ko, and C. Jeong, "Reciprocally convex approach to stability of systems with time-varying delays," Automatica, vol. 47, pp. 235-238, 2011.