

# 짧은블록 길이 채널용량을 달성하는 심층 극 부호 인코딩 및 디코딩 기술

최건, 이남윤\*

포항공과대학교, \*고려대학교

simon03062@postech.ac.kr, \*namyoon@korea.ac.kr

## Deep Polar Codes: encoding and decoding methods to achieve short channel capacity

Geon Choi, Namyoon Lee\*  
POSTECH, \*Korea Univ.

### 요약

본 논문은 '심층 극 부호'로 명명된 새로운 종류의 사전변환 극 부호를 제안한다. 심층 극 부호의 코드워드는 사전변환된 메시지에 극 변환을 수행함으로써 얻어진다. 심층 극 부호의 사전변환은 다계층 구조로 이루어지며 각 계층에서 극 변환의 전치행렬을 통한 변환을 수행한다. 또한 다양한 블록 길이와 부호화율에 적용 가능한 rate-profiling 방법을 제안한다. 이러한 인코딩 방식은 코드워드의 거리 특성을 크게 향상시킨다. 다음으로, 심층 극 부호를 통한 저복잡도 디코딩 방식을 제안한다. 이 디코딩 방식은 successive cancellation list (SCL)을 기반으로 동작하며 각 비트를 디코딩한 후 사전변환에 내재된 패리티 검사 방정식을 통과하지 못하는 디코딩 경로를 제거하는 단계를 추가적으로 수행한다. 시뮬레이션을 통해 제안하는 심층 극 부호가 짧은 블록 길이 환경에서 다양한 부호화율에 대해 기존의 사전변환 극 부호보다 더 뛰어난 복호 성능을 달성할 수 있음을 보인다.

### I. 서론

차세대 무선 통신 시스템을 위한 초고신뢰 저지연 통신 (URLLC) 요구가 지속되고 있다. URLLC 는 매우 짧은 시간 내에 초고속 데이터 패킷을 전달하면서 매우 작은 패킷 오류율을 보장하는 것을 목표로 하는 기술로써, 이러한 목표를 달성하기 위해서는 유한 블록 길이 범위에서 최적의 성능을 발휘할 수 있는 최첨단 채널 부호화 기술 개발이 요구된다.

극 부호는 무한 블록 길이에서 binary-input discrete memoryless channel (B-DMC)의 대칭 채널 용량 (symmetric channel capacity)을 저복잡도의 인코딩 및 디코딩 알고리즘을 통해 달성할 수 있는 방법이다 [1]. 하지만 극 부호는 유한 블록 길이에서 다른 대수 기반 채널 부호 (e.g., eBCH, Reed-Muller code)에 비해 작은 최소 거리 (minimum distance)로 인해 성능 열화가 발생한다.

이를 극복하는 방안으로 극 부호에 상삼각형 사전변환 (upper-triangular pre-transform)을 적용함으로써 극 부호의 거리 특성을 개선하는 방법이 있다 [2]. 5G 이동통신 표준에서 사용되는 순환중복검사가 연결된 극 부호 [3]와 컨벌루션 코드와 연결된 PAC (polarization adjusted convolutional) 코드 [4]가 이에 속한다. 특히, PAC 코드는 특정 블록 길이 및 특정 부호율에서 파노 (Fano) 디코딩을 사용하여 유한 블록길이에서 달성할 수 있는 이론적 한계에 근접할 수 있다는 사실이 알려져있다 [4]. 하지만 이러한 우수한 디코딩 성능은 높은 복잡도의 디코딩을 통해 얻어진다.

본 논문에서는 사전변환을 통한 극 부호의 거리 특성을 개선하면서 저 복잡도의 디코딩로 성능 향상을 얻을 수 있는 새로운 사전변환 행렬의 구성 방법 및 이를 위한 인코딩 및 디코딩 방법을 제안한다.

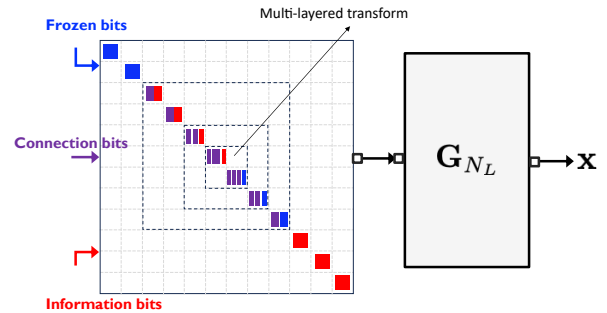


그림 1. 심층 극 부호의 사전변환 및 인코딩 구조

### II. 본론

#### A. Preliminary: 사전변환된 극 부호

사전변환된 극 부호는  $(N, K, J, \mathbf{T})$  로 구성된다.  $N$  은 블록길이,  $K$ 는 메시지 길이,  $J$ 는 rate-profiling 을 위한 정보비트 인덱스 집합,  $\mathbf{T} \in \mathbb{F}_2^{N \times N}$  은 상삼각형 사전변환 행렬이다. 인코딩은 i)  $K$ 비트의 정보벡터  $\mathbf{d} \in \mathbb{F}_2^K$ 를 벡터  $\mathbf{v} \in \mathbb{F}_2^K$ 에  $J$ 를 이용해  $\mathbf{v}_J = \mathbf{d}$ ,  $\mathbf{v}_{J^c} = \mathbf{0}$ 와 같이 할당하고 ii) 사전변환  $\mathbf{T}$ 를 이용해 극 변환의 입력  $\mathbf{u} = \mathbf{v}\mathbf{T}$ 을 얻으며 iii) 극 변환하여 부호워드  $\mathbf{x} = \mathbf{u}\mathbf{G}_N$ 을 생성하는 단계로 구성된다. 여기서  $\mathbf{G}_N = \mathbf{G}_2^{\otimes n}$ 은 극 변환 행렬이며  $N = 2^n$ ,  $\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$ 이고  $\otimes$ 는 크로네커 곱 연산자이다.

#### B. 심층 극 부호의 인코딩 및 디코딩

본 논문에서 제안하는 심층 극 부호는 사전변환 행렬  $\mathbf{T}$ 가 다계층 ( $L$ -layered) 구조를 지니며 각 계층은 극 변환 행렬의 전치행렬로 이루어진다 (그림 1). 인코딩 과정을 구체적으로 설명하기 위해 몇 가지 표기법을

도입한다. 각  $\ell$ 번째 layer의 변환행렬을  $\mathbf{T}_\ell := \mathbf{G}_{N_\ell}^T$ ,  $\ell \in \{1, \dots, L-1\}$ 와 같이 정의하며 변환행렬 크기는  $N_1 < N_2 < \dots < N_{L-1} < N_L$ 를 만족한다. 각  $\ell$ 번째 layer의 정보비트, 연결비트, 동결비트 인덱스 집합을 각각  $\mathcal{J}_\ell$ ,  $\mathcal{A}_\ell$ ,  $\mathcal{F}_\ell$ 로 표기한다. 여기서 각 인덱스 집합은  $[N_\ell]$ 의 분할이다.

먼저 정보벡터  $\mathbf{d} \in \mathbb{F}^K$ 를  $L$ 개의 벡터로 나누고 각각을  $\mathbf{d}_\ell \in \mathbb{F}^{K_\ell}$ 로 표기한다. 첫  $L-1$ 개의 벡터에 사전변환을 적용하며 마지막 벡터에는 적용하지 않는다. 첫 번째 layer에서 인코더는 입력벡터  $\mathbf{u}_1 = [\mathbf{u}_{\mathcal{J}_1}, \mathbf{u}_{\mathcal{F}_1}]$ 를 만들고 출력  $\mathbf{v}_1 = \mathbf{u}_1 \mathbf{T}_1$ 을 만든다. 이 때  $\mathbf{u}_{\mathcal{J}_1} = \mathbf{d}_1$ 이고  $\mathbf{u}_{\mathcal{F}_1} = \mathbf{0}$ 이다. 이 출력  $\mathbf{v}_1$ 은 두 번째 layer의 입력의 연결비트에  $\mathbf{u}_{\mathcal{A}_2} = \mathbf{v}_1$ 와 같이 할당된다. 두 번째 layer에서 인코더는 앞선 연결비트와 함께 입력벡터  $\mathbf{u}_2 = [\mathbf{u}_{\mathcal{J}_2}, \mathbf{u}_{\mathcal{A}_2}, \mathbf{u}_{\mathcal{F}_2}]$ 를 만들고 출력  $\mathbf{v}_2 = \mathbf{u}_2 \mathbf{T}_2$ 을 만든다. 이 때  $\mathbf{u}_{\mathcal{J}_2} = \mathbf{d}_2$ 이고  $\mathbf{u}_{\mathcal{F}_2} = \mathbf{0}$ 이다. 이러한 과정을  $L-1$ 번째 layer까지 반복하면 사전변환이 완료된다. 완료된 출력  $\mathbf{v}_{L-1}$ 을 극변환의 입력의 연결비트에  $\mathbf{u}_{\mathcal{A}_L} = \mathbf{v}_{L-1}$ 와 같이 할당하고 극변환의 입력을  $\mathbf{u}_L = [\mathbf{u}_{\mathcal{J}_L}, \mathbf{u}_{\mathcal{A}_L}, \mathbf{u}_{\mathcal{F}_L}]$ 로 만든다. 이 때  $\mathbf{u}_{\mathcal{J}_L} = \mathbf{d}_L$ 이고  $\mathbf{u}_{\mathcal{F}_L} = \mathbf{0}$ 이다. 마지막으로 극변환을 적용하여 코드워드를  $\mathbf{x} = \mathbf{u}_L \mathbf{G}_{N_L}$ 과 같이 생성한다.

정보비트와 연결비트 인덱스 집합을 결정하는 rate-profiling은 각 레이어에 대해 독립적으로 같은 알고리즘을 통해 수행한다. 여기서는  $\ell$ 번째 layer를 가정하고 설명을 진행한다. 또한 극부호에서 사용되는 reliability sequence가 주어졌다고 가정한다. Reliability sequence는 채널 combining and splitting 후 생성되는 synthesized channel의 상호정보량이나 Bhattacharyya parameter를 통해 계산할 수도 있다. 먼저 이 수열에서 순서를 유지하면서 극변환 행렬의 열 벡터의 1의 개수가 특정 값 이상이 되는 성분만 뽑아서 집합  $\mathcal{R}_\ell$ 을 만든다. 여기서 reliability가 가장 높은 첫  $K_\ell$ 개의 성분을 정보비트 인덱스 집합  $\mathcal{J}_\ell$ 로 할당하고 그 다음  $N_{\ell-1}$ 개의 성분을 연결비트 인덱스 집합  $\mathcal{A}_\ell$ 로 할당한다.

디코딩은 극부호의 디코딩에 사용되는 successive cancellation list (SCL) 디코딩을 기반으로 수행된다. 즉, 극변환의 입력의 첫 번째 비트부터 극변환의 입력의 마지막 비트까지 순차적으로 추정한다. 정보비트를 디코딩할 때는 0과 1로 디코딩 경로를 분기하고 경로의 수가 미리 정해 둔 리스트 사이즈  $S$ 를 넘으면 가장 likelihood가 높은 경로  $S$ 개만 남기고 나머지는 폐기한다. 동결비트는 디코더가 미리 알고 있기 때문에 분기하지 않고 미리 정해진 비트로 할당한다. 마지막으로 연결비트를 디코딩할 때는 정보비트 디코딩과 같은 방법으로 분기 후 사전변환에 내재된 패리티 검사 방정식을 통과하지 못하는 디코딩 경로를 제거하는 단계를 추가적으로 수행한다. 이를 위해 사전변환의 역변환을 수행해서 각 레이어의 동결비트가 미리 정해진 값과 일치하는지 확인하는 방식으로 패리티 검사를 간단하게 수행할 수 있다.

### C. 시뮬레이션

심층 극부호의 오류정정능력을 확인하기 위해 binary-input additive white Gaussian noise (BI-AWGN) 채널에서 block error rate (BLER)을 시뮬레이션 하였다. 비교군으로 5G 이동통신 표준에서 사용하는 극부호와 사전변환 극부호에 속하는 PAC 코드를 사용하였다. 극부호는 5G 이동통신 표준 [5]에서 사용하는 정보비트 집합을 사용하였으며 PAC는 [4]와 동일하게 구현하였다. 또한, 유한 블록 길이에서 사용되는 이론적인 한계인 normal approximation bound도 함께 이용하였다 [6]. 그림 2에 시뮬레이션 결과를 도시하였다. 리스트

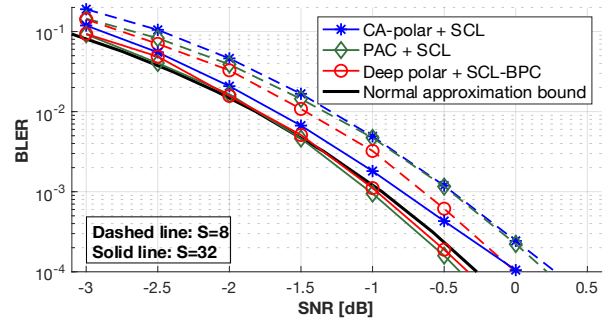


그림 2. BLER 시뮬레이션 결과 ( $N=128, K=29$ ).

사이즈가 8일 때는 제안하는 심층 극부호가 다른 코드 대비 더 작은 BLER을 달성한다. 리스트 사이즈가 32일 때는 심층 극부호와 PAC 코드가 normal approximation bound를 달성하는 우수한 성능을 보인다. PAC 코드는 리스트 사이즈가 8일 때 심층 극부호에 비해 상대적으로 성능 열화가 발생하는 반면 심층 극부호는 작은 리스트 사이즈에서도 우수한 성능을 보이는 것을 확인할 수 있다.

### III. 결론

사전변환 극부호의 일종인 심층 극부호를 제안하였다. 사전변환은 다계층으로 이루어지며 각 계층은 극변환 행렬의 전치행렬을 사용해 변환을 수행한다. 정보비트와 연결비트, 그리고 동결비트를 결정하는 rate-profiling 방법을 제안하였으며 SCL 기반의 디코딩에 패리티 검사를 수행하는 SCL-BPC 디코딩을 제안하였다. 시뮬레이션을 통해 제안하는 인코딩 및 디코딩 방법이 극부호와 PAC 코드에 비해 저복잡도 디코딩을 사용해 우수한 오류정정능력을 얻을 수 있음을 확인하였다.

### 참고 문헌

- [1] E. Arıkan, "Channel polarization: A method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 55, no. 7, pp. 3051-3073, Jul. 2009.
- [2] B. Li, H. Zhang, and J. Gu, "On pre-transformed polar codes," *arXiv preprint arXiv:1912.06359*, 2019, [Online]. Available: <https://arxiv.org/abs/1912.06359>.
- [3] K. Niu and K. Chen, "CRC-aided decoding of polar codes," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 16, no.10, pp. 1668-1671, Oct. 2012.
- [4] E. Arıkan, "From sequential decoding to channel polarization and back again," *arXiv preprint arXiv:1908.09594*, 2019, [Online]. Available: <https://arxiv.org/abs/1908.09594>.
- [5] 3GPP, "NR: multiplexing and channel coding," *Tech. Rep. TS 38.212, Rel. 16*, Jul. 2020.
- [6] Y. Polyanskiy, H. V. Poor, and S. Verdú, "Channel coding rate in the finite blocklength regime," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 56, no. 5, pp. 2307-2359, May 2010.