

Transparent Boundary Condition을 적용한 FDM-PE 기반 전파전파 해석

안성진*, 김민각*, 정용식*, 권경일**

*광운대학교, **국방과학연구소

kunho0407@kw.ac.kr

Radio Wave Propagation Analysis based on FDM-PE using Transparent Boundary Condition

Ahn Sung Jin*, Kim Min Gak*, Chung Young Seek*, Kwon Kyoung Il**

*Kwangwoon Univ., **Agency for Defense Development

요약

본 논문은 유한 차분법(Finite Difference Method)을 이용한 파동방정식 해석을 통해 송신 레이더의 전파전파를 분석하였다. Hamming Window Filter를 사용하여 경계면에서의 반사파를 제거했던 기존 논문과 달리, Transparent Boundary Condition (TBC)를 적용하여 경계면에서의 반사파를 억제하는 알고리즘을 연구하였다.

I. 서론

Parabolic Equation(PE) 기법은 전자기파/음파/광파 전파 해석에 사용되는 가장 효과적인 모델중 하나이다. 큰 규모 또는 복잡한 환경의 관심영역에서 전파를 해석할 때 맥스웰 방정식을 사용한 Full Wave 해석을 사용하는것은 현실적으로 불가능하다. 따라서 Full Wave 해석 대신 수치해석을 이용한 근사적 해석법인 PE 기법을 사용한다. 대표적인 PE 기법에는 푸리에 변환(Fourier Transform)을 사용하는 Split-Step Parabolic Equation(SSPE), 유한 요소법을 사용하는 Finite Element Method Parabolic Equation(FEMPE), 유한 차분법을 사용하는 Finite Difference Method Parabolic Equation(FDMPE), 벡터적 기법을 사용하는 Ray Tracing 등이 있다 [1].

본 논문에서는 유한 차분법(FDM)을 기반으로 한 파동방정식 해석법에 대한 결과를 제시한다. FDM은 공간을 분할해서 각 경계면의 매질에 적합한 경계 조건을 부여할 수 있기 때문에 복잡한 경계조건 상황에서도 정확한 계산이 가능하다는 장점이 있다.

그림 1은 전파를 해석하고자 하는 영역을 나타내었다. 그림과 같이 공간을 분할한 후에 수직축인 x 축과 수평축인 z 축으로 FDM을 적용하여 전파전파를 해석한다.

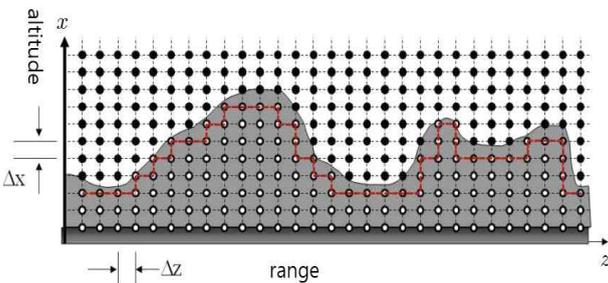


그림 1. FDMPE 해석을 위한 전파 영역 분할

II. 본론

수식 1은 파동 방정식을 나타낸다.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2ik_0 \frac{\partial u}{\partial z} + k_0^2(n^2 - 1)u = 0 \quad (1)$$

$u = u(z, x)$ 는 전자기장의 세기, k_0 는 자유공간(free space)에서 파수, n 은 대기 굴절률을 나타낸다 [1].

수식 1에서 파동방정식의 x 에 대한 미분방정식을 풀기위해 FDM 해석 기법을 적용한다. x 에 대한 2차 미분 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ 는 FDM을 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다 [2].

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{u_{i-1} - 2u_i + u_{i+1}}{\Delta x^2} \quad (2)$$

u_i 는 x 축 방향으로 i 번째 node에서의 전자기장의 세기를 나타낸다.

수식 (1)에 수식 (2)를 대입 후 정리하면 아래 수식과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{j}{2k_0} (k_0^2(n^2 - 1) + D_{xx})u \quad (3)$$

D_{xx} 는 x 에 대한 2차 미분을 행렬의 형태로 나타낸 것이다.

이후 Crank-Nicolson 근사를 통해 수평축인 z 축 방향으로의 FDM을 적용하여 2차원 영역의 전자기파를 분석한다.

편미분 방정식의 해를 구하기 위해서는 경계조건이 필요하다. 본 논문에서는 해수면과 접한 $x = x_{\min}$ 에서는 Perfect Electric Conductor(PEC) 처리를 하고, $x = x_{\max}$ 에서는 Transparent Boundary Condition(TBC)을 적용하여 무한공간인 상황을 가정한다 [3].

기존 논문에서는 별도의 Boundary Condition을 적용하지 않고 Hamming Window Filter를 사용하여 반사파를 억제하는 알고리즘을 적용하였다. 해석 영역의 최고 높이를 $2 \times x_{\max}$ 까지 확장한 후 수직축의 전자기장에

Hamming Window Filter를 적용하기 때문에, 계산해야할 node의 수가 TBC를 적용한 해석법보다 2배 증가한다. 따라서 Hamming Window Filter를 활용한 방법은 대규모 영역에서의 전파 해석에는 적합하지 않다.

III. 결론

본 논문에서는 최대고도 1km, 최대 Range 100km의 영역에 대한 전파 해석을 진행하였다. x_{min} 의 지표면은 PEC로 설정하였으며, x_{max} 는 TBC 처리하여 경계면에서의 반사파를 억제하였다.

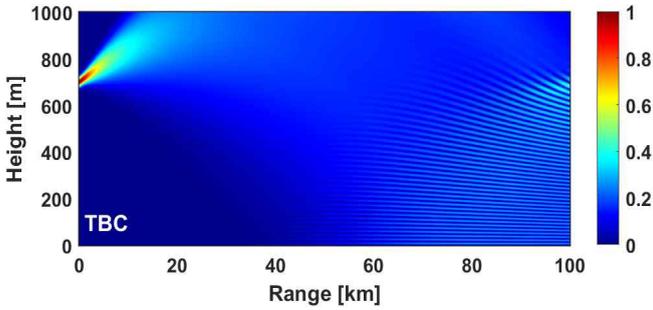


그림 2. TBC를 적용한 전파전파 해석 결과

그림 2는 주파수 $f = 300\text{MHz}$, HPBW는 1° , 안테나 높이 700m로 설정한 송신 레이더의 전파특성을 해석한 결과이다. x_{max} 인 1000m 경계면에서 반사 없이 빔이 전파되는 것을 확인할 수 있다.

위 결과와 동일한 환경과 조건에서 TBC parameter를 적절하지 않게 설정했을 때는 그림 3과 같이 경계면에서 반사가 발생한다.

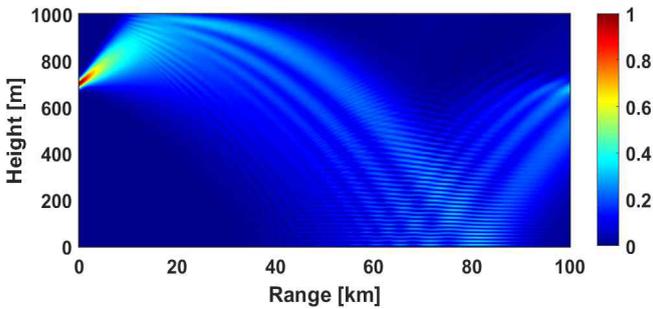


그림 3. 반사파를 억제하지 못한 전파전파 해석 결과

그림 4는 앞서 진행했던 해석 결과들과 같은 환경과 조건에서 별도의 경계조건을 적용하지 않고 Hamming Window Filter를 적용한 결과이다.

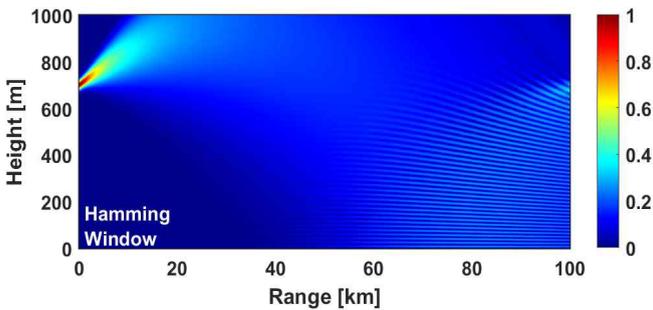


그림 4. Hamming Window를 사용한 전파전파 해석 결과

Hamming Window를 사용한 전파해석 결과와 TBC를 적용한 전파 해석 결과가 거의 유사함을 알 수 있다.

ACKNOWLEDGMENT

본 연구는 국방과학연구소(계약번호 UI220077JD)의 연구비 지원에 의한 연구 결과임

참고 문헌

- [1] G. Apaydin and L. Sevgi, Radio Wave Propagation and Parabolic Equation Modeling, Wiley-IEEE Press, 2017.
- [2] Y. Chung and N. Dagli, "An assessment of finite difference beam propagation method," in IEEE Journal of Quantum Electronics, vol. 26, no. 8, pp. 1335-1339, Aug. 1990.
- [3] G. R. Hadley, "Transparent boundary condition for the beam propagation method," in IEEE Journal of Quantum Electronics, vol. 28, no. 1, pp. 363-370, Jan. 1992.