양자 오류 완화 기법의 동향에 관한 연구

오현수, 허준*
고려대학교, *고려대학교

pypaul@korea.ac.kr, *junheo@korea.ac.kr

A Research on trends in Quantum Error Mitigation Techniques

Hyun Su Oh, Jun Heo
Korea Univ., *Korea Univ.

요 약

본 논문은 양자 오류 완화 기법 중 실제 양자 알고리즘에 적용하고 있는 Symmetric Verification 과 Virtual Distillation 의 두가지 기법을 소개하며 각 기법들을 유도하기 위한 수학 식들을 전개한다. 각 기법들이 양자회로에 어떻게 적용되는지 살펴보며 동시에 어떠한 장점과 단점이 존재하는지 확인한다.

Ⅰ. 서 론

양자 오류 완화기법은 양자 컴퓨팅 알고리즘에서 발생하는 오류들을 줄이기 위해서 시작된 기법이다. 이 오류들을 없애기 위해서 오랫동안 연구되어 왔지만 양자 알고리즘의 발전 속도와 양자 컴퓨터 구현 기술의 발전 속도가 일치하지 않아서 대부분의 오류 수정 기술들을 적용하기 위해 많은 비용이 발생한다. 그렇기에 현재 양자 컴퓨팅 기술개발 수준에 맞춰서 모든 오류를 수정하지 않더라도 정확한 결과값을 특정할 수 있으며 상대적으로 발생하는 비용이 적고 즉각적으로 적용할 수 있는 양자 오류 완화기법에 관한 연구가 활발히 이루어지기 시작했다. [1-3]

양자 오류 완화 기법은 여러가지 종류가 있는데 Zero-Noise Extrapolation(ZNE), Probabilistic Error Cancellation(PEC) 등이 존재한다. 이 ZNE, PEC 를 시작으로 여러 양자 오류 완화 기법들이 연구되기 시작했다. 본 논문에 소개할 두가지 양자 오류 완화 기법은 알고리즘에 내재된 확률론적 오류 이외에도 단기 장치의 잡음으로 인해 발생하는 확률론적 오류의 영향을 줄일 수 있는 기법들이다.[4]

Ⅱ. 본론

[4]에서 발전된 QEM 기법 2 가지가 존재하는데, 첫 번째는 Symmetric Verification(SV)이다. Symmetric Verification 은 그림 1 과 같이 큐비트 상태가 특정 대칭성을 나타내는 경우 이러한 대칭성을 확인하여 오류를 완화시키는 기법이다.[5]

Eigenspace S 안에서 정의된 Pauli group P 에 대하여 operator 들을 Pauli basis 로 나타낸 것을 Pauli decomposition 이라 정의하며 다음과 같이 나타난다.

$$O = \sum_{a} o_{\hat{P}}\, O \tag{1}$$

N 큐비트 상태 ρ에 대하여 이 $P \in \hat{P}^N$는 eigenvalue $p = \pm 1$, 2^{N-1} dimension 의 eigenspace 를 지니며 eigenspace 로의 projector 은 $M_p = \frac{1}{2}(I + p\hat{P})$ 이다. 이 projective 측정자 $\{M_i\}$ 에 대하여 오류가 없는 $|\psi\rangle$ 가 $M_s|\psi\rangle = |\psi\rangle$ 을 만족할 대, noisy state ρ 를 projective 측정 이후 post-selection 의 과정을 거쳐 다음과 같은 상태 ρ_s를 만든다.

$$\rho_s = \frac{M_s \rho M_s}{Tr[M_s \rho]} \tag{2}$$

따라서, 다음과 같은 부등식이 성립한다.

$$Tr[\rho_s |\psi\rangle\langle\psi|\,] = \frac{Tr[\rho|\psi\rangle\langle\psi|]}{Tr[\hat{M}_s \rho]} \geq Tr[\rho|\psi\rangle\langle\psi|] \tag{3}$$

양자 시스템의 Hamiltonian H 에 대하여 $[H, S] = 0$으로 서로 commute 하다. 따라서, H의 eigenstate 에 오류가 발생하여 state 가 eigenspace S 밖으로 벗어난 경우 위 부등식이 성립하지 않게 되어서 오류가 발생한 결과값을 버려 정확도를 높일 수 있다.

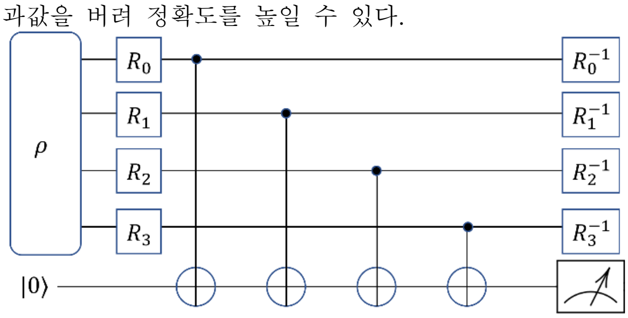

그림 1. Symmetric Verification 기본회로

이와 다르게 양자의 복사 및 상태의 검증으로 양자 오류 완화를 하는 Virtual Distillation(VD) 기법이 존재한다. VD 기법은 state ρ의 D 개의 복사본을 만들어 각각에 개별적인 측정을 가해주며 각 복사본의 측정 결과값을 구한다.[6,7]

$$\frac{\rho^D}{Tr[\rho^D]} = \frac{\Sigma_i p_i^D |i\rangle\langle i|}{\Sigma_i p_i^D} \tag{4}$$

여기서 $\rho = \Sigma_i p_i |i\rangle\langle i|$는 ρ의 스펙트럼이다. VD 의 최종 목적은 오류가 없는 operator O에 대하여 $\langle O\rangle_{corrected} := \frac{Tr[O\rho^D]}{Tr[\rho^D]}$의 값을 구하는 것이다.

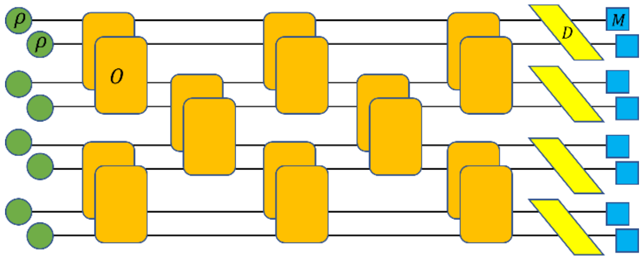

그림 2. Virtual Distillation 기본회로. ρ는 initial state, O는 observable, D는 shift operator, M은 측정자

Cyclic shift operator $S^{(D)}$ 와 복사본의 i 번째 subsystem 에 가해지는 operator O^i 를 다음과 같이 정의하자.

$$O^i := I \otimes I \otimes \dots O \dots \otimes I$$
$$S^{(D)}|\psi_1\rangle \otimes |\psi_2\rangle \dots |\psi_D\rangle := |\psi_2\rangle \otimes |\psi_3\rangle \dots |\psi_1\rangle \tag{5}$$

$S^{(D)}$ 의 shift operator 가 필요한 이유는 그림 2 에서처럼 모든 gate 연산 이후에 각 큐비트들을 중첩상태로 묶어 주기 위함이다. 식 (5)의 정의를 이용하여 식 (4)의 분자를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} Tr[O\rho^D] &= Tr[O^i S^{(D)} \rho^{\otimes D}] \\ &= \frac{1}{D}(Tr[O^1 S^{(D)} \rho^{\otimes D}] \\ &+ O^2 S^{(D)} \rho^{\otimes D} + \cdots) \\ &= Tr[O^{(D)} S^{(D)} \rho^{\otimes D}] \end{aligned} \tag{6}$$

$$\frac{Tr[O\rho^D]}{Tr[\rho^D]} = \frac{Tr[O^{(D)} S^{(D)} \rho^{\otimes D}]}{Tr[S^{(D)} \rho^{\otimes D}]} \tag{7}$$

혼합 양자 상태 ρ를 추정된 오류확률 λ에 대하여 $\rho = \lambda|\psi\rangle\langle\psi| + (1-\lambda)\sum_{k=2}^{2^N} p_k |\psi_k\rangle\langle\psi_k|$ 과 같이 정의하면 $\rho^{\otimes D}$가 다음과 같이 나온다.

$$\rho^{\otimes D} = \sum_{k_1,\dots,k_D=1}^{2^N} p_{k_1} p_{k_2} \cdots p_{k_D} |\psi_{k_1}, \psi_{k_2}, \dots, \psi_{k_D}\rangle\langle\psi_{k_1}, \psi_{k_2}, \dots, \psi_{k_D}| \tag{8}$$

이를 식 (7)에 넣으면 다음과 같이 ancilla 큐비트에 대한 0 상태 측정 확률 P_0가 나온다.

$$\begin{aligned} P_0 &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sum_{k_1,\dots,k_D=1}^{2^N} p_{k_1} \cdots p_{k_D} \langle\psi_{k_1}, \dots, \psi_{k_D}| O^{(D)} |\psi_{k_1}, \psi_{k_2}, \dots, \psi_{k_D}\rangle \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sum_{k_1,\dots,k_D=1}^{2^N} p_k^D \langle\psi_k|O^{(D)}|\psi_k\rangle = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} Tr[O\rho^D] \end{aligned} \tag{9}$$

$$Tr[O\rho^{(D)}] = \lambda^D \langle\psi|O|\psi\rangle + (1-\lambda)^D \sum_{k=2}^{2^N} p_k^D \langle\psi_k|O|\psi_k\rangle \tag{10}$$

우리가 구하고자 하는 expectation value 는 $\lambda^n\langle\psi|O|\psi\rangle$ 이므로 식 (10)에서 구한 값을 λ^D로 나눠주면 O에 대한 오류가 완화된 측정값을 구할 수 있다.

Ⅲ. 결론

양자 오류 완화에 유효한 두가지 기법인 SV 와 VD 에 관해 본 연구를 진행하였다. 오류완화를 위해 시스템의 기본 대칭에 의존하는 SV 는 간단하며 여러 알고리즘에 적용하기도 쉽지만 대칭으로 이동하는 오류를 완화할 수 없기 때문에 오류 완화 능력에 한계가 있다. VD 의 경우는 사용 및 응용이 용이하다는 점과 추가적인 측정없이 한번의 진행으로 인해 오류 완화된 결과값을 얻을 수 있다는 부분에서 유용하다. 첫번째로 대각화에 의한 측정은 $O\rho^{(D)}$을 동시에 측정할 수 없는 여러 관측값의 합으로 매핑이 되어야한다. 그렇기 때문에 각각의 Observable 들을 개별적으로 추정하기 위해서 더욱 많은 회로의 실행이 필요하다. 두번째로 상태의 검증을 하는데 있어서 실패한 시도를 폐기하므로 이상적인 결과값을 얻기까지 여러 번의 시도가 필요하다.[5-8]

ACKNOWLEDGMENT

이 성과는 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. RS-2023-00242396) 본 연구는 과학기술정보통신부 및 정보통신기획평가원의 대학ICT 연구센터육성지원사업의 연구결과로 수행되었음(IITP-2024-2021-0-01810).

참 고 문 헌

[1] John Preskill, "Quantum computing in the NISQ era and beyond," Quantum 2, 79 (2018).

[2] Kristan Temme, Sergey Bravyi, and Jay M Gambetta, "Error mitigation for Short-Depth quantum circuits," Phys. Rev. Lett. 119, 180509 (2017).

[3] Suguru Endo, Simon C Benjamin, and Ying Li, "Practical quantum error mitigation for Near-Future applications," Phys. Rev. X 8, 031027 (2018).

[4] Kandala, A., Temme, K., Cȯrcoles, A. D., Mezzacapo, A., Chow, J. M., & Gambetta, J. M. (2019). Error mitigation extends the computational reach of a noisy quantum processor. Nature, 567(7749), 491-495..

[5] Bonet-Monroig, X., Sagastizabal, R., Singh, M., & O'Brien, T. E. (2018). Low-cost error mitigation by symmetry verification. Physical Review A, 98(6), 062339.

[6] McArdle, Sam, Xiao Yuan, and Simon Benjamin (2019),"Error-Mitigated Digital Quantum Simulation," Physical Review Letters 122 (18), 180501.

[7] Huggins, William J, Sam McArdle, Thomas E. O'Brien, Joonho Lee, Nicholas C. Rubin, Sergio Boixo, K. Birgitta Whaley, Ryan Babbush, and Jarrod R. McClean (2021a), "Virtual Distillation for Quantum Error Mitigation," Physical Review X 11 (4), 041036.

[8] Qin, D., Xu, X., & Li, Y. (2022). An overview of quantum error mitigation formulas. Chinese Physics B.